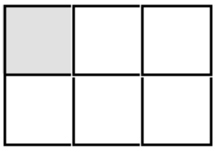
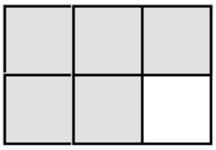
2.19. Brüche – Brucharten

Seiten 69, 72



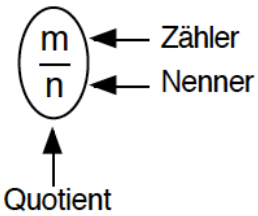
$\frac{1}{n} \rightarrow \frac{1}{6}$

Wird eine Grösse in **n gleiche Teile** geteilt, so stellt jedes dieser Teile $\frac{1}{n}$ dieser Grösse dar („ein n-tel“).



$\frac{m}{n} \rightarrow \frac{5}{6}$

Werden **m** solche Teile zu einem **Bruchteil** dieser Grösse zusammengesetzt, sind das $\frac{m}{n}$ dieser Grösse („m n-tel“).



Die Masszahl $\frac{m}{n}$ heisst **Bruch** (Bruchzahl, Quotient). Dabei wird **m als Zähler** und **n als Nenner** des Bruches bezeichnet.
Der Nenner eines Bruches gibt an, in wieviele Teile eine Grösse geteilt wird. Der Zähler gibt an, wieviele solcher Teile genommen werden.

Brucharten

Echter Bruch — **Zähler < Nenner**

Beispiele: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{318}{319}$

Unechter Bruch — **Zähler > Nenner**

Beispiele: $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{53}{52}$

Stammbruch — **Der Zähler ist 1.**

Beispiele: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, . . .

Scheinbruch — **Der Zähler ist ein Vielfaches des Nenners.**

Beispiele: $\frac{4}{2}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{21}{7}$

Gemischte Zahl — **Es ist die Summe aus einer ganzen Zahl und einem echten Bruch.**

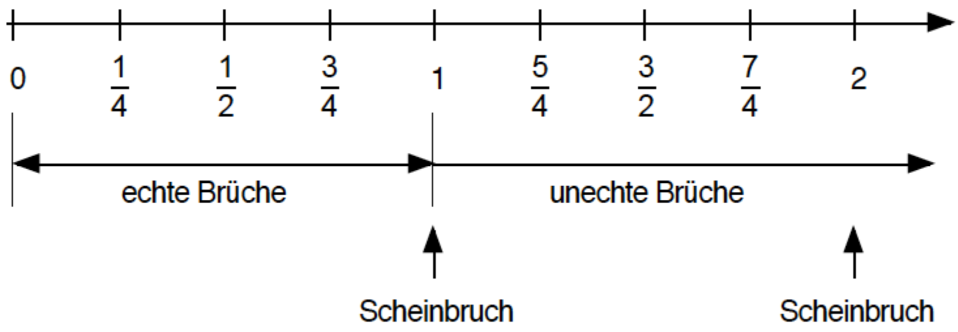
Beispiele: $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$, $5 + \frac{3}{8} = 5\frac{3}{8}$

2.20. Bruchzahlen auf dem Zahlenstrahl – Zahlenmenge (1.1./2.6.)

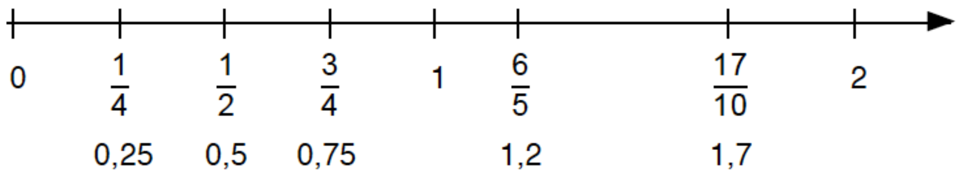
Seiten 71, 73

Bisher haben wir lediglich die natürlichen Zahlen (positive ganze Zahlen) sowie die Dezimalbrüche auf dem Zahlenstrahl dargestellt. Die Brüche füllen auf dem Zahlenstrahl die Zwischenräume (nicht nahtlos) zwischen den ganzen Zahlen, vergleichbar mit den Dezimalbrüchen.

- alle echten Brüche liegen zwischen 0 und 1
- alle unechten Brüche sind grösser als 1 und liegen „rechts" der 1
- alle Scheinbrüche sind identisch mit einer ganzen Zahl



Viele Brüche können auch als Dezimalbrüche geschrieben werden.



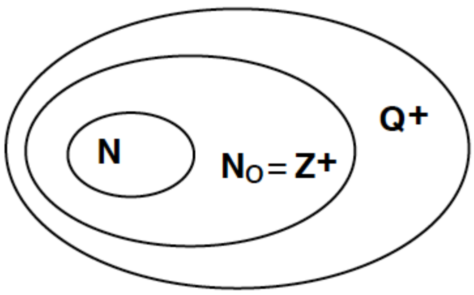
Mit **Q+** bezeichnen wir die Menge der **positiven rationalen Zahlen** d.h., alle diese Zahlen sind als Bruch darstellbar.

N = natürliche Zahlen

$\mathbf{N_O}$ = natürliche Zahlen und 0

$\mathbf{Z^+}$ = positive ganze Zahlen

$\mathbf{Q^+}$ = positive rationale Zahlen



$$\mathbf{N} \subset \mathbf{N_O} = \mathbf{Z^+} \subset \mathbf{Q^+}$$

$\subset$ heisst : … ist Teilmenge von …

2.21. Brüche – erweitern und kürzen (2.20.)

Seite 78

Erweitern

Ein Bruch wird erweitert, indem der Zähler **und** der Nenner mit der gleichen ganzen Zahl multipliziert wird.

$$\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} \xrightarrow{\text{erweitern}} \frac{12}{16}$$

Kürzen

Ein Bruch wird gekürzt, indem der Zähler **und** der Nenner durch die gleiche ganze Zahl (ev. ggT der beiden Zahlen) dividiert wird.

$$\frac{3}{4} \xleftarrow{\text{kürzen}} \frac{12 : 4}{16 : 4}$$

Erweitern und Kürzen von Brüchen bedeutet **eine Formänderung des Bruches, keine Wertänderung.** Somit stellen Brüche, welche durch Erweitern oder Kürzen auseinander hervorgehen, immer **dieselbe Bruchzahl** dar.

2.26. Bruchoperationen (2.21.)

Seite 101

Gleichnamige Brüche

Zwei Brüche sind gleichnamig, wenn ihre Nenner gleich sind. Ungleichnamige Brüche werden so erweitert, dass ihre Nenner dem kgV (Hauptnenner) der beiden ursprünglichen Nenner entsprechen.

$$\frac{3}{8} \text{ und } \frac{5}{8} \text{ sin d gleichnamig}$$

$$\frac{5}{6}, \frac{3}{8} \Rightarrow \text{Hauptnenner (HN)} = 24 \Rightarrow \frac{20}{24}, \frac{9}{24}$$

Addition und Subtraktion von Brüchen

Zwei Brüche werden addiert (subtrahiert), indem sie gleichnamig gemacht werden und ihre Zähler addiert (subtrahiert) werden.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

Multiplikation von Brüchen

Zwei Brüche werden multipliziert, indem Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert werden.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\,c}{b\,d}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem der Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert wird.

$$\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}$$

⇔ Die Aufgabe kann auch als Multiplikation von zwei Brüchen betrachtet werden!

Division von Brüchen

Ein Bruch wird durch einen zweiten Bruch dividert, indem der **zweite** Bruch umgekehrt wird und man die beiden Brsüche miteinender multipliziert.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{1}{4} : \frac{3}{7} = \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{12}$$

Division eines Bruches durch eine ganze Zahl

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem der Nenner des Bruches mit der ganzen Zahl multipliziert wird.

$$\frac{7}{9} : 2 = \frac{7}{9 \cdot 2} = \frac{7}{18}$$

$$\frac{7}{9} : 2 = \frac{7}{9} : \frac{2}{1} = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{18}$$

⇔ Die Aufgabe kann auch als Division von zwei Brüchen betrachtet werden!