

Kugel

Volumen einer Kugel:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Oberfläche einer Kugel:

$$A_0 = 4\pi r^2$$

Volumen einer Hohlkugel:

$$V = V_a - V_i = \frac{4}{3}\pi r_a^3 - \frac{4}{3}\pi r_i^3 = \frac{4}{3}\pi(r_a^3 - r_i^3)$$



Aufgaben

1. Von einer Kugel sind die, in der Tabelle angegebenen Größen bekannt. Berechne die fehlenden Größen.

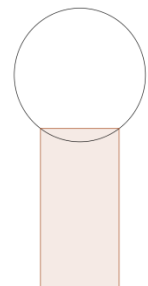
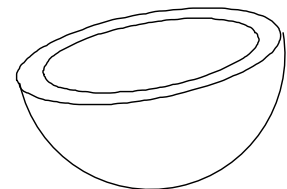
r	d	V	A_0
$8,2 \text{ cm}$			
$15,3 \text{ dm}$			
	$2,4 \text{ m}$		
	$26,86 \text{ dm}$		
		4218 dm^3	
		650 cm^3	
			480 cm^2
			12 mm^2
		1 l	
		4 cl	

2. Berechne die Masse einer Kugel mit einem Durchmesser von 6 cm , wenn sie
- aus Eisen mit einer Dichte $\rho = 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
 - aus Kupfer mit einer Dichte $\rho = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
 - oder aus Silber mit einer Dichte $\rho = 10,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ besteht.
3. Eine Glaskugel hat ein Volumen von $1150,35 \text{ cm}^3$ und eine Masse von $2,93 \text{ kg}$. Bestimme den Durchmesser der Kugel und die Dichte des Glases.
4. Die Größe eines Handballs gibt man durch den Umfang an.
- Frauenhandball: 55 cm
 Männerhandball: 59 cm
- Wie viel cm^2 Leder wird pro Ball ohne Berücksichtigung von Verschnitt benötigt? Rechne anschließend 25% Verschnitt hinzu.



Kugel

5. Ein 10cm hohes zylindrisches Gefäß mit einem Innendurchmesser von 5cm ist 8cm hoch mit Wasser gefüllt. In das Gefäß werden 6 Eisenkugeln mit einem Durchmesser von 2cm geworfen. Die Kugeln tauchen vollständig unter. Weise rechnerisch nach, dass das Gefäß nicht überläuft. Wie viel Kugeln müsste man noch mindestens hineinwerfen, um das Gefäß zum Überlaufen zu bringen?
6. Ein hohlkugelförmiger Tank mit einem äußeren Durchmesser von $3,64\text{m}$ und einer Wandstärke von 4cm soll innen und außen einen Anstrich erhalten. Welche Fläche ist zu streichen?
7. Aus einem kugelförmigen Tropfen einer Seifenlösung von 3mm Durchmesser wird eine Seifenblase von 8cm Außendurchmesser gebildet. Wie dick ist die Wand der Seifenblase? (Hier musst du sehr genau rechnen, am besten ohne zu runden.)
8. Eine halbkugelförmige Bleikristallschale ($\rho = 2,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) hat einen Innendurchmesser von 32cm und eine Wandstärke von 8mm . Wie viel wiegt die Schale etwa?
9. Eine Hohlkugel aus Kupfer ($\rho = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) wiegt 52g und hat einen Außenumfang von $28,3\text{cm}$. Bestimme die Wanddicke in mm .
10. Die Lunge eines Menschen enthält ungefähr $400\,000\,000$ kugelförmige Lungenbläschen mit jeweils einem Durchmesser von $0,2\text{mm}$.
- Wie groß ist die Gesamtoberfläche aller Lungenbläschen eines Menschen?
 - Welchen Durchmesser hätte eine einzige Kugel mit gleichem Oberflächeninhalt?
 - Welchen Oberflächeninhalt hätte eine Kugel, deren Volumen so groß wie das Volumen aller Lungenbläschen zusammen?
11. Auf einen 12cm hohen Blechzylinder mit einem Durchmesser von 6cm wird eine Kugel mit einem Durchmesser von 10cm aufgesetzt. Wie hoch ist diese „Figur“? (Die Lösung 22cm ist falsch 😊)



Weiter Aufgaben/Übungen findest du u.a. unter

<http://www.aufgabenfuchs.de/mathematik/koerper/kugel.shtml>

Kugel

Lösungen

1.

r	d	V	A_0
$8,2\text{ cm}$	$16,4\text{ cm}$	$2309,6\text{ cm}^3$	845 cm^2
$15,3\text{ dm}$	$30,6\text{ dm}$	$15002,5\text{ dm}^3$	$2941,7\text{ dm}^2$
$1,2\text{ m}$	$2,4\text{ m}$	$7,2\text{ m}^3$	$18,1\text{ m}^2$
$14,43\text{ dm}$	$26,86\text{ dm}$	$10146,5\text{ dm}^3$	$2266,5\text{ dm}^2$
10 dm	20 dm	4218 dm^3	$1262,5\text{ dm}^2$
$5,4\text{ cm}$	$10,8\text{ cm}$	650 cm^3	$362,9\text{ cm}^2$
$6,2\text{ cm}$	$12,4\text{ cm}$	$988,9\text{ cm}^3$	480 cm^2
1 mm	2 mm	$3,9\text{ mm}^3$	12 mm^2
$6,2\text{ cm}$	$12,4\text{ cm}$	1 l	484 cm^2
$2,1\text{ cm}$	$4,2\text{ cm}$	4 cl	$56,6\text{ cm}^2$

2. Volumen: $113,1\text{ cm}^3$

a) $m \approx 888,9\text{ g}$

b) $m \approx 1013,4\text{ g}$

c) $m \approx 1187,5\text{ g}$

3. $r = 6,5\text{ cm} \rightarrow d = 13\text{ cm} \rightarrow \rho = 2,55 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

4. Frauenball: $r = 8,75\text{ cm} \rightarrow A = 962,1\text{ cm}^2 \rightarrow \text{mit Verschnitt: } 1282,8\text{ cm}^2$

Männerball: $r = 9,4\text{ cm} \rightarrow A = 1110,4\text{ cm}^2 \rightarrow \text{mit Verschnitt: } 1480,5\text{ cm}^2$

5. Damit das Gefäß überläuft, müsste die Luft vollständig aus dem Glas verdrängt werden. Das Luftvolumen (Zylinder von 2 cm Höhe) beträgt $39,3\text{ cm}^3$. Sechs Kugeln haben aber nur ein Gesamtvolumen von $25,1\text{ cm}^3$. Damit läuft nix über. Ab 10 Kugeln würde das Wasser überlaufen.

6. $r_a = 1,82\text{ m}$ $r_i = 1,78\text{ m} \rightarrow A = A_a + A_i = 81,44\text{ m}^2$

7. Dicke: $1,76 \cdot 10^{-4}\text{ mm}$

8. $r_i = 16\text{ cm}$ $r_a = 16,8\text{ cm} \rightarrow V = 1352,2\text{ cm}^3 \rightarrow m = 3,9\text{ kg}$

9. $r_a = 4,5\text{ cm}$ $V = \frac{m}{\rho} = 5,8\text{ cm}^3 \rightarrow \text{Dicke} = 0,23\text{ mm}$

10.

a) $A = 50,3\text{ m}^2$

b) $d = 4\text{ m}$

c) $A = 0,068\text{ m}^2$

11. Die Figur ist genau 21 cm hoch.